

Easy Little Inequalities #1

@Metachick_2021

2024年6月18日

1. a, b, c を正の実数とすると、以下の不等式を示せ。

$$\frac{6a+b+2c}{a+3b+2c} + \frac{2a-2b+3c}{2a+3b+c} + \frac{8a+7b+6c}{5a+b+3c} \geq 4$$

2. a, b, c を $a+b+c=abc$ なる正の実数とすると、以下の不等式を示せ。

$$\frac{(a+b+c)^2}{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)} \leq \frac{27}{64}$$

3. a, b, c を正の実数とすると、以下の不等式を示せ。

$$\frac{a}{a^2+b+1} + \frac{b}{b^2+c+1} + \frac{c}{c^2+a+1} \leq 1$$

4. a, b, c を $a+b+c=1$ なる正の実数とすると、以下の不等式を示せ。

$$\frac{a^4}{b\sqrt{ca-b+2}} + \frac{b^4}{c\sqrt{ab-c+2}} + \frac{c^4}{a\sqrt{bc-a+2}} \geq \frac{1}{12}$$

5. n を正整数、 x_1, x_2, \dots, x_n を $x_1 x_2 \cdots x_n = 1$ なる正の実数とすると、以下の不等式を示せ。

$$x_1^3 + x_2^3 + \cdots + x_n^3 + n \geq 2(x_1 + x_2 \cdots + x_n)$$